

الصف الثاني الإعدادي

مذكرات

التفوق

خاص بالمجموعات الطدرسية

مذكرات

التفوق

التفوق

في

الرياضيات

الصف الثاني الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

خاص بالمجموعات الطدرسية

إعداد

Mr.MORAD

01221353139

moraddorgham@yahoo.com

http://moraddorgham.yoo7.com

أبنائي الطلبة والطالبات

🌴 سلسلة التفوق في الرياضيات تعودك الى النجاح والتفوق بأبسط الطرق واسرعها والتي لا غنى عنها لأي طالب او طالبة مهما كان مستواه العلمي .

🌴 تشتمل سلسلة التفوق على اسئلة في جميع اجزاء المنهج بطريقة سهلة ومتدرجة ومتنوعة وخالية من التعقيدات .. تقيس مستوى التحصيل والذكاء الفطري . وتحصل منها على المعلومات التراكمية التي نعتنيها من بعض التمارين في نماذج الوزارة وكراسة التدريبات .

حاول

الحصول على نسخة من مذكرة التفوق التي تبهج روحك ونفسك وتسعدك . لأنها تعودك الى كليات القمة متمنيا لكم النجاح والتفوق .

مراجعة على مسبق

مجموعات الأعداد درسنا فيما سبق مجموعات الأعداد الآتية

$$\mathbb{P} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

$$\mathbb{R} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}^- = \{ \dots, -3, -2, -1 \}$$

$$\mathbb{R}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

وضع العدد النسبي في أبسط صورة

أن يكون مقام عدد صحيح ونقسم كل من حدين على العامل

المشترك الأعلى بينهما إن وجد

$$\text{فمثلا } \frac{24}{36} = \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}$$

ملحوظة يوجد للعدد النسبي أشكال مختلفة مثل

الكسر العشري والنسبة المئوية

$$\text{فمثلا } \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%, \quad \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$

القيمة المطلقة للعدد النسبي

يرمز للقيمة المطلقة للعدد a بالرمز

$$\text{فمثلا } |7| = 7, \quad |-7| = 7$$

$$|a| = a \text{ إذا كان } a \geq 0, \quad |a| = -a \text{ إذا كان } a < 0$$

$$|5| = 5, \quad |-5| = -5$$

$$|3| = 3, \quad |-3| = -3$$

قوانين الأسس

$$(1) a^{-p} = \frac{1}{a^p} \text{ فمثلا } 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$(2) a^p \times a^q = a^{p+q} \text{ فمثلا } 2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$$

$$(3) a^p \div a^q = a^{p-q} \text{ فمثلا } 2^9 \div 2^5 = 2^{9-5} = 2^4$$

$$(4) (a^p)^q = a^{p \times q} \text{ فمثلا } (2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12} = 4096$$

$$(5) \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p} \text{ فمثلا } \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

$$(6) (a^p)^q = a^{p \times q} \text{ فمثلا } (2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12} = 4096$$

الصورة العنصرية للعدد النسبي

يمكن كتابة العدد النسبي على الصورة العنصرية

$$\frac{p}{q}, \text{ حيث } |q| \geq 1, \text{ حيث } p < q$$

$$\text{فمثلا } \frac{24806}{10} = 2480.6$$

$$\frac{74}{10} = 7.4$$

الجذر التربيعي للعدد النسبي

الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب a هو العدد الذي مربعه

يساوي a

الرمز \sqrt{a} يعنى الجذر التربيعي الموجب للعدد النسبي الموجب a

الرمز $-\sqrt{a}$ يعنى الجذر التربيعي السالب للعدد النسبي الموجب a

$$\sqrt{0} = 0$$

الجذر التربيعي للعدد النسبي السالب (ليس له معنى)

$$-\sqrt{-4} \text{ (ليس له معنى)}$$

الجذر التربيعي للعدد النسبي $25 \pm = 5$

$$\sqrt{9} = 3, \quad \sqrt{16} = 4, \quad \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{(-3)^2} = 3, \quad \sqrt{(-4)^2} = 4, \quad \sqrt{(-5)^2} = 5$$

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \text{ ولا يساوي } 4+3=7$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}, \quad \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

حل المعادلات التربيعية في x

مثال ١ أوجد x للمعادلة $x^2 = 6$ في \mathbb{N} , $x < 6$

الحل $x^2 = 6 \Rightarrow x = \sqrt{6}$ بضرب طرفي المعادلة $\times \frac{1}{\sqrt{6}}$

$$\frac{x^2}{\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}} \Rightarrow x = \sqrt{6}$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين $\therefore x = \pm \sqrt{6}$

$$\therefore x = \pm \sqrt{6}$$

مثال ٢ أوجد x للمعادلة $\frac{5}{4}x^2 = 3 - x$ في \mathbb{N}

الحل $\frac{5}{4}x^2 = 3 - x \Rightarrow \frac{5}{4}x^2 + x - 3 = 0$

بضرب طرفي المعادلة $\times \frac{4}{5}$

$$\frac{5}{4}x^2 \times \frac{4}{5} = \frac{3 - x}{1} \times \frac{4}{5}$$

$\therefore x = 3$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\therefore x = 3, \quad x = -3 \text{ حيث } x < 6$$

الجذر التلعبى لعدد نسبي

الجذر التلعبى لعدد نسبي ١ هو العدد الذي مفعبه يساوى
 $\sqrt[3]{8} = 2$ لان $2^3 = 8$ ، $\sqrt[3]{27} = 3$ لان $3^3 = 27$
 $\sqrt[3]{-8} = -2$ لان $(-2)^3 = -8$ ، $\sqrt[3]{-27} = -3$ لان $(-3)^3 = -27$
 $\sqrt[3]{125} = 5$ ، $\sqrt[3]{64} = 4$ ، $\sqrt[3]{-125} = -5$ ، $\sqrt[3]{-64} = -4$
 لاحظ أن $\sqrt[3]{64} = 4$ ، $\sqrt[3]{-64} = -4$
 اكمل ما يأتي :

- (١) $\sqrt[3]{216} = 6$ ، (٢) $\sqrt[3]{125} = 5$ ، (٣) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$ ،
 (٤) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{4}{5}$ ، (٥) $\sqrt[3]{0.001} = 0.1$ ، (٦) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \frac{1}{5}$ ،
 (٧) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$ ، (٨) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$ ، (٩) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$ ،
 (١٠) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \frac{1}{5}$ ، (١١) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$ ،
 (١٢) $\sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \frac{1}{5}$ ،
 (١٣) اطلعوس الجمعي للعدد $\sqrt[3]{125} = 5$ ،
 (١٤) اطلعوس الضري للعدد $\sqrt[3]{-125} = -5$ هو

حل المعادلات التلعبية في ن

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية حيث $s \in \mathbb{N}$:

(١) $\sqrt[3]{125} = s$

الحل

بأخذ الجذر التلعبى للطرفين

$\sqrt[3]{125} = s \Rightarrow 5 = s$ ، $\{5\} = \text{ح.م.}$

(٢) $0 = 8 + s^3$

الحل

بأخذ الجذر التلعبى للطرفين

$\sqrt[3]{0} = \sqrt[3]{8 + s^3} \Rightarrow 0 = 2 + s \Rightarrow s = -2$ ، $\{-2\} = \text{ح.م.}$

(٣) $5 = 1 + s^3$

الحل

$5 = 1 + s^3 \Rightarrow 4 = s^3 \Rightarrow s = \sqrt[3]{4}$ ، $\{\sqrt[3]{4}\} = \text{ح.م.}$

بأخذ الجذر التلعبى للطرفين

$\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{1 + s^3} \Rightarrow \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{1 + s^3}$ ، $\{\sqrt[3]{5}\} = \text{ح.م.}$

$\{2\} = \text{ح.م.}$

أوجد م. ح. للمعادلة $\frac{1}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ في $s \in \mathbb{N}$ ، $s > \text{صفر}$

الحل : $\frac{1}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ بضرب طرفي المعادلة $\times 2$

$\frac{2}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ ، $\frac{2}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ ، $\frac{2}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$

بأخذ الجذر التلعبى للطرفين : $\frac{2}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ ، $\frac{2}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$

حيث ان $s > \text{صفر}$ ، $\frac{2}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ ، $\frac{2}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$ ، $\frac{2}{s} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$

أوجد م. ح. للمعادلة $(s-5)^2 = 4$ في $s \in \mathbb{N}$

الحل : بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$s-5 = \pm 2$

$s-5 = 2 \Rightarrow s = 7$
 $s-5 = -2 \Rightarrow s = 3$
 $s = 7$
 $s = 3$
 $s = 3$
 $s = 3$

$s-5 = 2 \Rightarrow s = 7$
 $s-5 = -2 \Rightarrow s = 3$
 $s = 7$
 $s = 3$
 $s = 3$
 $s = 3$

$\{1, \frac{7}{3}\} = \text{ح.م.}$

الواجب

١ اكمل ما يأتي :

(١) $\sqrt[3]{(5-)^2} = \sqrt[3]{(5-)^2}$ ، $\sqrt[3]{(5-)^2} = \sqrt[3]{(5-)^2}$

(٢) $\sqrt[3]{64 + 36} = \sqrt[3]{64 + 36}$ ، $\sqrt[3]{64 + 36} = \sqrt[3]{64 + 36}$

(٣) $\sqrt[3]{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt[3]{(4)^2 + (3)^2}$ ، $\sqrt[3]{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt[3]{(4)^2 + (3)^2}$

(٤) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{64}$ ، $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{64}$

(٥) $\sqrt[3]{\frac{1}{25}} + \sqrt[3]{\frac{9}{25}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25}} + \sqrt[3]{\frac{9}{25}}$ ، $\sqrt[3]{\frac{1}{25}} + \sqrt[3]{\frac{9}{25}} = \sqrt[3]{\frac{1}{25}} + \sqrt[3]{\frac{9}{25}}$

(٦) $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{25}$ ، $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{25}$

(٧) الصورة العنصرية للعدد 0.000024 هي

(٨) الصورة العنصرية للعدد 10×284 هي

(٩) $0.6 - 0.16 = 0.6 - 0.16$ ، $0.6 - 0.16 = 0.6 - 0.16$

(١٠) اطلعوس الضري للعدد 2^{-3} هو

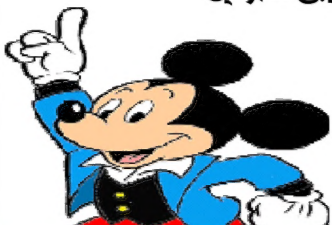
(١١) مجموعة حل المعادلة $|5 - | = 5 + |$ في ط هي

(١٢) $10^3 + 10^3 + 10^3 = 10^3 + 10^3 + 10^3$ ، $10^3 + 10^3 + 10^3 = 10^3 + 10^3 + 10^3$

٢ أوجد م. ح. للمعادلات الآتية في $s \in \mathbb{N}$:

(١) $\frac{5}{s} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ ، (٢) $\frac{1}{s} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ ، (٣) $\frac{1}{s} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ ، (٤) $\frac{1}{s} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

(٥) $|25| = \sqrt[3]{(4 + s)^2}$ ، (٦) $|9 - | = \sqrt[3]{(1 - s)^2}$



(٤) $٢٤٧ = ٣ - ٣$

الحل

$٢٤٧ = ٣ - ٣$ $٢٥٠ = ٣$ $٣ + ٢٤٧ = ٣$ $١٢٥ = ٣$

بأخذ الجذر التلعي للطرفين

$\{٥\} = ٣ \cdot ٥ = ١٢٥$ $٥ = ٣$ $١٢٥ = ٣$

(٥) $٣٢ = ٣$

الحل

$٣٢ = ٣$ بضرب الطرفين $٢ \times$

$٢ \times ٣٢ = ٣$ $٢ \times ٣٢ = ٣$ $٦٤ = ٣$

بأخذ الجذر التلعي للطرفين

$\{٤\} = ٣ \cdot ٤ = ٦٤$ $٤ = ٣$ $٦٤ = ٣$

(٦) $٨ = ٣(٧ + ٢)$

الحل

بأخذ الجذر التلعي للطرفين

$٨ = ٣(٧ + ٢)$

$٨ = ٣(٧ + ٢)$

$٥ = ٧ - ٢ = ٧ + ٢$ $٥ = ٧ - ٢ = ٧ + ٢$

$\{٥\} = ٣ \cdot ٥ = ١٢٥$

تأريين على الجذر التلعي

١ اعمل ما يأتي :

(٢) $٨ = ٣$

(١) $٢٧ = ٣$

(٤) $١٢٧ = ٣$

(٣) $٣ = ٣$

(٦) $٨ = ٣$

(٥) $٣ = ٣$

(٨) $١١٣ + ١١٣ + ١١٣ = ٣$

(٧) $٣ = ٣$

(١٠) $٨ = ٣$

(٩) $١٢٥ = ٣$

٢ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية حيث $٧ \geq ٧$

(٢) $١ = ٧ + ٣$

(١) $٤٣ = ١١ - ٣$

(٤) $٧ = ١ + ٣$

(٣) $٢٧ = ٣(١ - ٣)$

(٦) $٦ = ٣ - ٣$

(٥) $١ = ٣ + ٣$

(٨) $٢٥ = ٣$

(٧) $٩ = ٣$

٣ أوجد كلا من الآتي :

(٢) $٧٢٩ = ٣$

(١) $٥١٢ = ٣$

(٤) $٦٣ \times ٩٢ = ٣$

(٣) $٢٧ = ٣$

٤ اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) $٨ = ٣$ [٤ - ، ٤ ، ٢ - ، ٢]

(٢) $١٦ = ٣$ [٨ ± ، ٨ - ، ٨ ، صفر]

(٣) $١٢٥ = ٣$ [٥ ± ، ٥ ، ١٠ ، صفر]

(٤) $١٢٥ = ٣$ [٤ - ، ٤ ، ٨ ، صفر]

(٥) $١٠٠٠ = ٣$ [٢ - ، ٢ ، ١٠ ، ١]

(٦) اذا كان $٢٥ = ٣$ فان $١٢٥ = ٣$ [١٢٥ - ، ١٢٥ ، ٥ - ، ٥]

(٧) اذا كان $٦٤ = ٣$ فان $٢ = ٣$ [٢ - ، ٢ ، ٤ - ، ٤]

(٨) $٢ = ٣$ [٢ - ، ٢ ، ٤ - ، ٤]

(٩) اذا كان $٢ = ٣$ فان $١ = ٣$ [١ - ، ١ ، ٢ - ، ٢]

(١٠) اطلع على الذي حجمه ٦٤ سم ٢ يكون طول حرفه [١٦ ، ٣٢ ، ٨ ، ٤]

(١١) $٢ = ٣$ [٢ ± ، ٢ ، ٤ ، صفر]

مجموعة الاعداد الغير نسبية

يوجد كثير من الاعداد التي لا يمكن وضعها على الصورة $\frac{p}{q}$ مثل

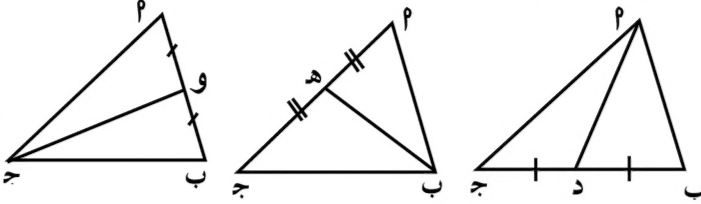
(١) الجذور التربيعية للاعداد التي ليست مربع كامل

وهكذا ١٠ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، -٥ ، -٦ ، -٧ ، -٨ ، -٩ ، -١٠ ، -١١ ، -١٢ ، -١٣ ، -١٤ ، -١٥ ، -١٦ ، -١٧ ، -١٨ ، -١٩ ، -٢٠ ، -٢١ ، -٢٢ ، -٢٣ ، -٢٤ ، -٢٥ ، -٢٦ ، -٢٧ ، -٢٨ ، -٢٩ ، -٣٠ ، -٣١ ، -٣٢ ، -٣٣ ، -٣٤ ، -٣٥ ، -٣٦ ، -٣٧ ، -٣٨ ، -٣٩ ، -٤٠ ، -٤١ ، -٤٢ ، -٤٣ ، -٤٤ ، -٤٥ ، -٤٦ ، -٤٧ ، -٤٨ ، -٤٩ ، -٥٠ ، -٥١ ، -٥٢ ، -٥٣ ، -٥٤ ، -٥٥ ، -٥٦ ، -٥٧ ، -٥٨ ، -٥٩ ، -٦٠ ، -٦١ ، -٦٢ ، -٦٣ ، -٦٤ ، -٦٥ ، -٦٦ ، -٦٧ ، -٦٨ ، -٦٩ ، -٧٠ ، -٧١ ، -٧٢ ، -٧٣ ، -٧٤ ، -٧٥ ، -٧٦ ، -٧٧ ، -٧٨ ، -٧٩ ، -٨٠ ، -٨١ ، -٨٢ ، -٨٣ ، -٨٤ ، -٨٥ ، -٨٦ ، -٨٧ ، -٨٨ ، -٨٩ ، -٩٠ ، -٩١ ، -٩٢ ، -٩٣ ، -٩٤ ، -٩٥ ، -٩٦ ، -٩٧ ، -٩٨ ، -٩٩ ، -١٠٠ ، -١٠١ ، -١٠٢ ، -١٠٣ ، -١٠٤ ، -١٠٥ ، -١٠٦ ، -١٠٧ ، -١٠٨ ، -١٠٩ ، -١١٠ ، -١١١ ، -١١٢ ، -١١٣ ، -١١٤ ، -١١٥ ، -١١٦ ، -١١٧ ، -١١٨ ، -١١٩ ، -١٢٠ ، -١٢١ ، -١٢٢ ، -١٢٣ ، -١٢٤ ، -١٢٥ ، -١٢٦ ، -١٢٧ ، -١٢٨ ، -١٢٩ ، -١٣٠ ، -١٣١ ، -١٣٢ ، -١٣٣ ، -١٣٤ ، -١٣٥ ، -١٣٦ ، -١٣٧ ، -١٣٨ ، -١٣٩ ، -١٤٠ ، -١٤١ ، -١٤٢ ، -١٤٣ ، -١٤٤ ، -١٤٥ ، -١٤٦ ، -١٤٧ ، -١٤٨ ، -١٤٩ ، -١٥٠ ، -١٥١ ، -١٥٢ ، -١٥٣ ، -١٥٤ ، -١٥٥ ، -١٥٦ ، -١٥٧ ، -١٥٨ ، -١٥٩ ، -١٦٠ ، -١٦١ ، -١٦٢ ، -١٦٣ ، -١٦٤ ، -١٦٥ ، -١٦٦ ، -١٦٧ ، -١٦٨ ، -١٦٩ ، -١٧٠ ، -١٧١ ، -١٧٢ ، -١٧٣ ، -١٧٤ ، -١٧٥ ، -١٧٦ ، -١٧٧ ، -١٧٨ ، -١٧٩ ، -١٨٠ ، -١٨١ ، -١٨٢ ، -١٨٣ ، -١٨٤ ، -١٨٥ ، -١٨٦ ، -١٨٧ ، -١٨٨ ، -١٨٩ ، -١٩٠ ، -١٩١ ، -١٩٢ ، -١٩٣ ، -١٩٤ ، -١٩٥ ، -١٩٦ ، -١٩٧ ، -١٩٨ ، -١٩٩ ، -٢٠٠ ، -٢٠١ ، -٢٠٢ ، -٢٠٣ ، -٢٠٤ ، -٢٠٥ ، -٢٠٦ ، -٢٠٧ ، -٢٠٨ ، -٢٠٩ ، -٢١٠ ، -٢١١ ، -٢١٢ ، -٢١٣ ، -٢١٤ ، -٢١٥ ، -٢١٦ ، -٢١٧ ، -٢١٨ ، -٢١٩ ، -٢٢٠ ، -٢٢١ ، -٢٢٢ ، -٢٢٣ ، -٢٢٤ ، -٢٢٥ ، -٢٢٦ ، -٢٢٧ ، -٢٢٨ ، -٢٢٩ ، -٢٣٠ ، -٢٣١ ، -٢٣٢ ، -٢٣٣ ، -٢٣٤ ، -٢٣٥ ، -٢٣٦ ، -٢٣٧ ، -٢٣٨ ، -٢٣٩ ، -٢٤٠ ، -٢٤١ ، -٢٤٢ ، -٢٤٣ ، -٢٤٤ ، -٢٤٥ ، -٢٤٦ ، -٢٤٧ ، -٢٤٨ ، -٢٤٩ ، -٢٥٠ ، -٢٥١ ، -٢٥٢ ، -٢٥٣ ، -٢٥٤ ، -٢٥٥ ، -٢٥٦ ، -٢٥٧ ، -٢٥٨ ، -٢٥٩ ، -٢٦٠ ، -٢٦١ ، -٢٦٢ ، -٢٦٣ ، -٢٦٤ ، -٢٦٥ ، -٢٦٦ ، -٢٦٧ ، -٢٦٨ ، -٢٦٩ ، -٢٧٠ ، -٢٧١ ، -٢٧٢ ، -٢٧٣ ، -٢٧٤ ، -٢٧٥ ، -٢٧٦ ، -٢٧٧ ، -٢٧٨ ، -٢٧٩ ، -٢٨٠ ، -٢٨١ ، -٢٨٢ ، -٢٨٣ ، -٢٨٤ ، -٢٨٥ ، -٢٨٦ ، -٢٨٧ ، -٢٨٨ ، -٢٨٩ ، -٢٩٠ ، -٢٩١ ، -٢٩٢ ، -٢٩٣ ، -٢٩٤ ، -٢٩٥ ، -٢٩٦ ، -٢٩٧ ، -٢٩٨ ، -٢٩٩ ، -٣٠٠ ، -٣٠١ ، -٣٠٢ ، -٣٠٣ ، -٣٠٤ ، -٣٠٥ ، -٣٠٦ ، -٣٠٧ ، -٣٠٨ ، -٣٠٩ ، -٣١٠ ، -٣١١ ، -٣١٢ ، -٣١٣ ، -٣١٤ ، -٣١٥ ، -٣١٦ ، -٣١٧ ، -٣١٨ ، -٣١٩ ، -٣٢٠ ، -٣٢١ ، -٣٢٢ ، -٣٢٣ ، -٣٢٤ ، -٣٢٥ ، -٣٢٦ ، -٣٢٧ ، -٣٢٨ ، -٣٢٩ ، -٣٣٠ ، -٣٣١ ، -٣٣٢ ، -٣٣٣ ، -٣٣٤ ، -٣٣٥ ، -٣٣٦ ، -٣٣٧ ، -٣٣٨ ، -٣٣٩ ، -٣٤٠ ، -٣٤١ ، -٣٤٢ ، -٣٤٣ ، -٣٤٤ ، -٣٤٥ ، -٣٤٦ ، -٣٤٧ ، -٣٤٨ ، -٣٤٩ ، -٣٥٠ ، -٣٥١ ، -٣٥٢ ، -٣٥٣ ، -٣٥٤ ، -٣٥٥ ، -٣٥٦ ، -٣٥٧ ، -٣٥٨ ، -٣٥٩ ، -٣٦٠ ، -٣٦١ ، -٣٦٢ ، -٣٦٣ ، -٣٦٤ ، -٣٦٥ ، -٣٦٦ ، -٣٦٧ ، -٣٦٨ ، -٣٦٩ ، -٣٧٠ ، -٣٧١ ، -٣٧٢ ، -٣٧٣ ، -٣٧٤ ، -٣٧٥ ، -٣٧٦ ، -٣٧٧ ، -٣٧٨ ، -٣٧٩ ، -٣٨٠ ، -٣٨١ ، -٣٨٢ ، -٣٨٣ ، -٣٨٤ ، -٣٨٥ ، -٣٨٦ ، -٣٨٧ ، -٣٨٨ ، -٣٨٩ ، -٣٩٠ ، -٣٩١ ، -٣٩٢ ، -٣٩٣ ، -٣٩٤ ، -٣٩٥ ، -٣٩٦ ، -٣٩٧ ، -٣٩٨ ، -٣٩٩ ، -٤٠٠ ، -٤٠١ ، -٤٠٢ ، -٤٠٣ ، -٤٠٤ ، -٤٠٥ ، -٤٠٦ ، -٤٠٧ ، -٤٠٨ ، -٤٠٩ ، -٤١٠ ، -٤١١ ، -٤١٢ ، -٤١٣ ، -٤١٤ ، -٤١٥ ، -٤١٦ ، -٤١٧ ، -٤١٨ ، -٤١٩ ، -٤٢٠ ، -٤٢١ ، -٤٢٢ ، -٤٢٣ ، -٤٢٤ ، -٤٢٥ ، -٤٢٦ ، -٤٢٧ ، -٤٢٨ ، -٤٢٩ ، -٤٣٠ ، -٤٣١ ، -٤٣٢ ، -٤٣٣ ، -٤٣٤ ، -٤٣٥ ، -٤٣٦ ، -٤٣٧ ، -٤٣٨ ، -٤٣٩ ، -٤٤٠ ، -٤٤١ ، -٤٤٢ ، -٤٤٣ ، -٤٤٤ ، -٤٤٥ ، -٤٤٦ ، -٤٤٧ ، -٤٤٨ ، -٤٤٩ ، -٤٥٠ ، -٤٥١ ، -٤٥٢ ، -٤٥٣ ، -٤٥٤ ، -٤٥٥ ، -٤٥٦ ، -٤٥٧ ، -٤٥٨ ، -٤٥٩ ، -٤٦٠ ، -٤٦١ ، -٤٦٢ ، -٤٦٣ ، -٤٦٤ ، -٤٦٥ ، -٤٦٦ ، -٤٦٧ ، -٤٦٨ ، -٤٦٩ ، -٤٧٠ ، -٤٧١ ، -٤٧٢ ، -٤٧٣ ، -٤٧٤ ، -٤٧٥ ، -٤٧٦ ، -٤٧٧ ، -٤٧٨ ، -٤٧٩ ، -٤٨٠ ، -٤٨١ ، -٤٨٢ ، -٤٨٣ ، -٤٨٤ ، -٤٨٥ ، -٤٨٦ ، -٤٨٧ ، -٤٨٨ ، -٤٨٩ ، -٤٩٠ ، -٤٩١ ، -٤٩٢ ، -٤٩٣ ، -٤٩٤ ، -٤٩٥ ، -٤٩٦ ، -٤٩٧ ، -٤٩٨ ، -٤٩٩ ، -٥٠٠ ، -٥٠١ ، -٥٠٢ ، -٥٠٣ ، -٥٠٤ ، -٥٠٥ ، -٥٠٦ ، -٥٠٧ ، -٥٠٨ ، -٥٠٩ ، -٥١٠ ، -٥١١ ، -٥١٢ ، -٥١٣ ، -٥١٤ ، -٥١٥ ، -٥١٦ ، -٥١٧ ، -٥١٨ ، -٥١٩ ، -٥٢٠ ، -٥٢١ ، -٥٢٢ ، -٥٢٣ ، -٥٢٤ ، -٥٢٥ ، -٥٢٦ ، -٥٢٧ ، -٥٢٨ ، -٥٢٩ ، -٥٣٠ ، -٥٣١ ، -٥٣٢ ، -٥٣٣ ، -٥٣٤ ، -٥٣٥ ، -٥٣٦ ، -٥٣٧ ، -٥٣٨ ، -٥٣٩ ، -٥٤٠ ، -٥٤١ ، -٥٤٢ ، -٥٤٣ ، -٥٤٤ ، -٥٤٥ ، -٥٤٦ ، -٥٤٧ ، -٥٤٨ ، -٥٤٩ ، -٥٥٠ ، -٥٥١ ، -٥٥٢ ، -٥٥٣ ، -٥٥٤ ، -٥٥٥ ، -٥٥٦ ، -٥٥٧ ، -٥٥٨ ، -٥٥٩ ، -٥٦٠ ، -٥٦١ ، -٥٦٢ ، -٥٦٣ ، -٥٦٤ ، -٥٦٥ ، -٥٦٦ ، -٥٦٧ ، -٥٦٨ ، -٥٦٩ ، -٥٧٠ ، -٥٧١ ، -٥٧٢ ، -٥٧٣ ، -٥٧٤ ، -٥٧٥ ، -٥٧٦ ، -٥٧٧ ، -٥٧٨ ، -٥٧٩ ، -٥٨٠ ، -٥٨١ ، -٥٨٢ ، -٥٨٣ ، -٥٨٤ ، -٥٨٥ ، -٥٨٦ ، -٥٨٧ ، -٥٨٨ ، -٥٨٩ ، -٥٩٠ ، -٥٩١ ، -٥٩٢ ، -٥٩٣ ، -٥٩٤ ، -٥٩٥ ، -٥٩٦ ، -٥٩٧ ، -٥٩٨ ، -٥٩٩ ، -٦٠٠ ، -٦٠١ ، -٦٠٢ ، -٦٠٣ ، -٦٠٤ ، -٦٠٥ ، -٦٠٦ ، -٦٠٧ ، -٦٠٨ ، -٦٠٩ ، -٦١٠ ، -٦١١ ، -٦١٢ ، -٦١٣ ، -٦١٤ ، -٦١٥ ، -٦١٦ ، -٦١٧ ، -٦١٨ ، -٦١٩ ، -٦٢٠ ، -٦٢١ ، -٦٢٢ ، -٦٢٣ ، -٦٢٤ ، -٦٢٥ ، -٦٢٦ ، -٦٢٧ ، -٦٢٨ ، -٦٢٩ ، -٦٣٠ ، -٦٣١ ، -٦٣٢ ، -٦٣٣ ، -٦٣٤ ، -٦٣٥ ، -٦٣٦ ، -٦٣٧ ، -٦٣٨ ، -٦٣٩ ، -٦٤٠ ، -٦٤١ ، -٦٤٢ ، -٦٤٣ ، -٦٤٤ ، -٦٤٥ ، -٦٤٦ ، -٦٤٧ ، -٦٤٨ ، -٦٤٩ ، -٦٥٠ ، -٦٥١ ، -٦٥٢ ، -٦٥٣ ، -٦٥٤ ، -٦٥٥ ، -٦٥٦ ، -٦٥٧ ، -٦٥٨ ، -٦٥٩ ، -٦٦٠ ، -٦٦١ ، -٦٦٢ ، -٦٦٣ ، -٦

متوسطات المثلث

تعريف

متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أي رأس من رؤوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل لهذه الرأس

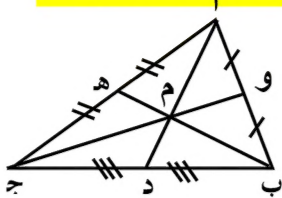


إذا كان \overline{PO} منتصف \overline{AB} فإن \overline{PO} يسمى متوسط.

إذا كان \overline{PO} منتصف \overline{AB} فإن \overline{PO} يسمى متوسط.

إذا كان \overline{PO} منتصف \overline{AB} فإن \overline{PO} يسمى متوسط.

نظرية (١) متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً في نقطة واحدة



$$\{M\} = \overline{PO} \cap \overline{AO} \cap \overline{BO}$$

التعبير الرمزي

$\therefore \overline{PO}, \overline{AO}, \overline{BO}$ متوسطات

في $\triangle PAB$ ،

$$\{M\} = \overline{PO} \cap \overline{AO} \cap \overline{BO} \therefore M \text{ هي نقطة تلاقي المتوسطات}$$

$\therefore \overline{PO}$ متوسط في $\triangle PAB$

نظرية (٢)

نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم

كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة القاعدة

أي أن

$$PM : MO = 2 : 1$$

$$PM : MO = 2 : 1 \Rightarrow PM = \frac{2}{3} PO, MO = \frac{1}{3} PO$$

$$PM : MO = 2 : 1 \Rightarrow PM = \frac{2}{3} PO, MO = \frac{1}{3} PO$$

لاحظ إذا كان \overline{PO} متوسط طول \overline{AB} ، M نقطة تلاقي متوسطات

$$\text{المثلث فإن } PM = \frac{2}{3} PO, MO = \frac{1}{3} PO$$

لاحظ أن: نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة

$$2 : 1 \text{ من جهة الرأس}$$

حقيقة:

النقطة التي تقسم متوسط المثلث بنسبة ٢ : ١ من جهة القاعدة

هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث

الهندسة للمصف الثاني الأعدادي الفصل الدراسي الأول

مثال ١

في الشكل المقابل

د، ه منتصفا \overline{AB} ، \overline{AC} ج

ب م = ٦ سم، ب ج = ١٠ سم

د ج = ١٢ سم أوجد محيط $\triangle DMH$

البرهان

\therefore د منتصف \overline{AB} \therefore ج د متوسط

$$\therefore DM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ سم}$$

\therefore ه منتصف \overline{AC} \therefore ب ه متوسط

$$\therefore MH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ سم}$$

\therefore د منتصف \overline{AB} ، ه منتصف \overline{AC} ج

$$\therefore DH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{محيط } \triangle DMH = DM + MH + DH = 5 + 3 + 5 = 13 \text{ سم}$$

مثال ٢

من الشكل المقابل إذا كانت

م نقطة تقاطع متوسطات المثلث فأكمل

$$(1) \quad \frac{PM}{MD} = \frac{PM}{PM} = 1$$

$$(2) \quad \frac{PM}{MD} = \frac{PM}{PM} = 1$$

$$(3) \quad \frac{PM}{MD} = \frac{PM}{PM} = 1$$

$$(4) \quad \text{إذا كان } PM = 9 \text{ سم فإن } MD = 9 \text{ سم، } \dots = 9 \text{ سم}$$

مثال ٣

في الشكل المقابل

ب ج مثلث فيه س منتصف \overline{AB}

ص $\in \overline{AB}$ ، $\overline{CS} \parallel \overline{AB}$

ج $\overline{CS} \cap \overline{AB} = \text{ص}$ فإذا كان

$\overline{CS} \cap \overline{AB} = \text{ج}$ أثبت أن $\{ع\}$

$$ع = \frac{1}{2} AB$$

البرهان

س منتصف \overline{AB} ، $\overline{CS} \parallel \overline{AB}$ \therefore ص منتصف \overline{AB}

س منتصف \overline{AB} \therefore ج س متوسط

ص منتصف \overline{AB} \therefore ب ص متوسط

$$\therefore \overline{CS} \cap \overline{AB} = \text{ج} \cap \overline{AB} = \{م\}$$

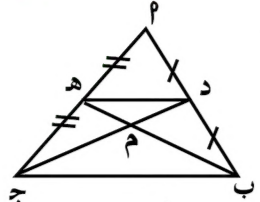
$$\therefore \overline{CS} \text{ متوسط } \therefore ع = \frac{1}{2} AB$$

مثال ٤

في الشكل المقابل إذا كان

د، ه منتصفا \overline{AB} ، \overline{AC} ج

$\overline{AB} \cap \overline{AC} = \{م\}$ فأكمل



$$(1) \quad \text{إذا كان د ج = ١٢ سم فإن د م = ٦ سم، م ج = ٦ سم}$$

$$(2) \quad \text{إذا كان د م = ٥ سم فإن م ج = ٥ سم، د ج = ١٠ سم}$$

$$(3) \quad \text{إذا كان م ج = ١٢ سم فإن م د = ٦ سم، د ج = ١٨ سم}$$

$$(4) \quad \text{إذا كان ب م = ٤ سم فإن م ه = ٤ سم، ب ه = ٨ سم}$$

$$(5) \quad \text{إذا كان د ه = ١٠ سم فإن ب ج = ٢٠ سم}$$

$$(6) \quad \text{إذا كان ب ج = ٨ سم فإن د ه = ٨ سم}$$

$$(7) \quad \text{د ه : ب ج = ١ : ٢}$$

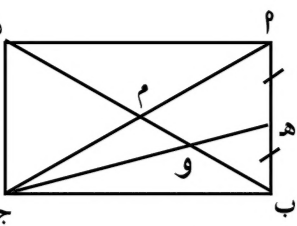
مثال ٥

في الشكل المقابل

ب ج د مستطيل تقاطع قطراه

في م، ه منتصف \overline{AB}

ج $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{و\}$



(١) أثبت أن و هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث ب ج

(٢) إذا ب و = ٤ سم أوجد طول \overline{MP}

البرهان

\therefore ه منتصف \overline{AB} \therefore ج ه متوسط في $\triangle ABC$

\therefore م منتصف \overline{AB} ج (القطران ينصف كلا منهما الآخر)

\therefore ب م متوسط

\therefore ج ه \cap ب د = {و} \therefore و نقطة تقاطع متوسطات المثلث ب ج

\therefore ب و = ٤ سم \therefore م و = ٨ سم \therefore ب م = ١٢ سم

في المستطيل القطران متساويان وينصف كلا منهما الآخر

$$\therefore \overline{BM} = \overline{MP} = \overline{PM} = ٦ \text{ سم}$$

أكمل ما يأتي :

حاول بنفسك

(١) في $\triangle ABC$ إذا كان د منتصف \overline{BC} فإن د يسمى

(٢) عدد متوسطات المثلث هو

(٣) متوسطات المثلث تقاطع جميعا في

(٤) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها

بنسبة من جهة القاعدة .

(٥) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها

بنسبة من جهة الرأس .

(٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها

بنسبة ٢ : ١ من جهة القاعدة .

تأريخ على متوسطات المثلث

[١] في الشكل المقابل $\triangle P$ ب ج

نقطت تقاطع متوسطات

فاذا كان $m = 3$ سم ، $m = 4$ سم

ب ج = ٩ سم فان:

(١) ب و = سم

(٢) م ج = سم

(٣) م ه = سم

[٢] اذا كان ب ج = ١٢ سم ،

ب ه = ٩ سم ، م ج = ٨ سم ، فان:

(١) د ه = سم

(٢) م ه = سم

(٣) م د = سم

[٣] اذا كان ل ع = ١٥ سم ،

ص م = ١٨ سم ، س ص = ٢٠ سم ، فان:

(١) ن ل = سم

(٢) ن ص = سم

(٣) محيط $\triangle ن ل ص$ = سم

[٤] اذا كان ج م = ٨ سم

م ه = ٣ سم ، فان:

(١) م م = سم

(٢) م د = سم

(٣) م ه = سم ، م ج = سم

[٥] في الشكل المقابل

$\triangle P$ ب ج فيه د منتصف ب ج ،

ه منتصف م ج ، ج س \cap ب ص = {م}

فاذا كان $m = 6$ سم ، $m = 9$ سم

فاحسب محيط $\triangle م د ه$

[٦] في الشكل المقابل

د ، ه منتصفا ب ج ، م ج ،

ب ه \cap ج د = {م}

فاذا كان د ه = ٤ سم ،

د م = ٣ سم ، ب ه = ٦ سم

فاحسب محيط $\triangle م ب ج$

نظرية (٣)

طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوي

نصف طول وتر هذا المثلث .

فمثلا في الشكل المقابل

إذا كان د منتصف ب ج ،

ب ج = ١٠ سم فإن ب د = ٥ سم

والعكس صحيح

إذا كان د منتصف ب ج وكان ب د = ٣ سم فإن ب ج = ٦ سم

لاحظ أن ب د = د ج وبالتالي فإن

المثلث ب د ب يكون مثلث متساوي الساقين

المثلث ب د ج يكون مثلث متساوي الساقين

عكس نظرية (٣)

إذا كان طول متوسط المثلث اطر سوم من أحد رؤوسه يساوي

نصف طول الضلع المقابل فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة

فمثلا في الشكل المقابل

\therefore ب د متوسط في $\triangle P$ ب ج

ب د = $\frac{1}{2}$ ب ج $\therefore \angle (ب) = 90^\circ$

نتيجة

في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية 30° يساوي

نصف طول الوتر

$\therefore \angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ج) = 30^\circ$ ، $\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$

$\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$

إذا كان ب ج = ١٠ سم فإن ب د = ٥ سم

إذا كان ب ج = ٦ سم فإن ب د = ٣ سم

في الشكل المقابل

ب د = ١٠ سم ، $\angle (ج) = 30^\circ$ ، $\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$

$\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$ ، د منتصف ب ج

أوجد محيط $\triangle P$ ب ج

البرهان

\therefore د منتصف ب ج ، $\therefore \angle (ب) = 90^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$ ، $\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$

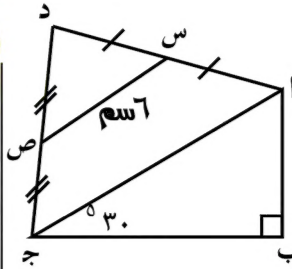
$\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$ ، $\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$

$\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$ ، $\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$

$\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$ ، $\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$

$\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$ ، $\therefore \angle (ب) = 60^\circ$ ، $\therefore \angle (ج) = 30^\circ$

٢ في الشكل المطابق



س، ص منتصفا \overline{AD} ، \overline{CD} ،
 $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ،
 أوجد طول \overline{AP}

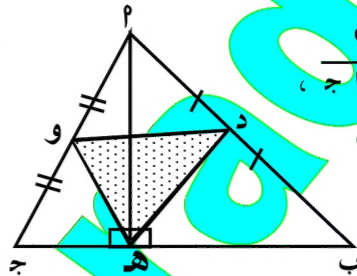
البرهان

\therefore س منتصف \overline{AD} ، ص منتصف \overline{CD}

\therefore س ص $= \frac{1}{2} \overline{CD}$ \therefore $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$

في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$
 \therefore $\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

٣ في الشكل المطابق



د منتصف \overline{AP} ، و منتصف \overline{PB} ،
 $\overline{AP} \perp \overline{PB}$ ، $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ،
 $\angle (ب) = 60^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ،
 احسب محيط $\triangle DEO$

البرهان

في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$

\therefore $\overline{PD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$

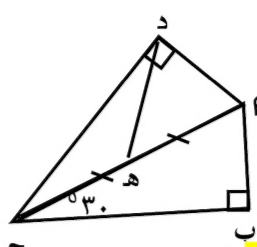
\therefore $\overline{PD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

\therefore د منتصف \overline{AP} ، و منتصف \overline{PB}

\therefore د و $= \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

\therefore محيط $\triangle DEO = 6 + 6 + 6 = 18$ سم

٤ في الشكل المطابق



$\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$ ،
 $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$ ،
 أوجد طول \overline{AP}

البرهان

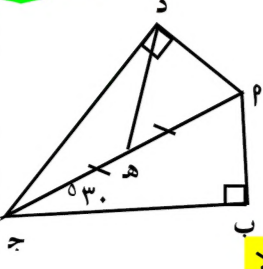
في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$

\therefore $\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$

\therefore $\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

٥ في الشكل المطابق



$\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ،
 $\angle (ب) = 60^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ،
 برهن ان $\overline{AP} = \overline{BP}$

البرهان

في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$

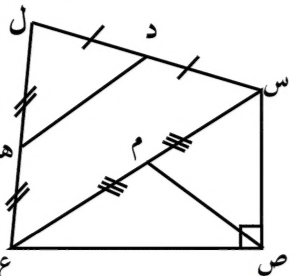
\therefore $\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$

\therefore $\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

من (١)، (٢) ينتج ان $\overline{AP} = \overline{BP}$

٦ في الشكل المطابق



د، ه، م منتصفا
 $\overline{AP} \perp \overline{PB}$ ، $\angle (ب) = 90^\circ$ ،
 $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$ ،
 برهن ان ص م = د ه

البرهان

في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$

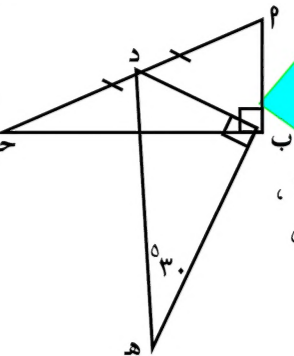
ص م منتصف \therefore ص م $= \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

في $\triangle PAB$ $\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$

\therefore د ه $= \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ سم

من (١)، (٢) ينتج ان ص م = د ه

في الشكل المطابق



$\angle (ب) = 90^\circ$ ، $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$ ،
 $\angle (ب) = 30^\circ$ ، $\angle (ب) = 60^\circ$ ،
 أثبت ان $\overline{AP} = \overline{BP}$

تمارين على نظرية (٣) وعكسها

[١] اكمل ما يأتي :

- (١) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية هو
- (٢) عدد متوسطات المثلث المتساوي الساقين هو
- (٣) طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوي
- (٤) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل فإن زاوية هذا الرأس تكون
- (٥) في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية 30° يساوي

(٦) طول الوتر في المثلث الثلاثيني ستين يساوي طول الضلع المقابل للزاوية 30°

[٢] من الشكل المقابل:

إذا كان $BP = 9$ سم

$$\angle (ج) = 30^\circ$$

فان:

(١) $BP = ج$ سم

(٣) $DM = د$ سم

[٣] من الشكل المقابل:

إذا كان $BP = 10$ سم

$$\angle (ج) = 30^\circ$$

فان:

(١) $BP = د$ سم

(٣) محيط $\triangle PBD = د$ سم

[٤] من الشكل المقابل:

إذا كان $BP = 16$ سم ، $BP = 18$ سم ،

$$BP \perp DM$$

فان:

(١) $DO = د$ سم

(٣) محيط $\triangle DHO = د$ سم

[٥] من الشكل المقابل:

اثبت أن $\triangle PBD$ مثلث

متساوي الاضلاع

[٦] في الشكل المقابل:

س، ص منتصفا PD ، $ج$ ،

$$\angle (ب) = 90^\circ$$

$$\angle (ب ج د) = 30^\circ$$

اثبت ان $BP = س = ص$

[٧] في الشكل المقابل:

س، ص منتصفا BP ، $ب$ ، $ج$ ،

$$\angle (ب) = 90^\circ$$

$$اثبت ان \frac{1}{4} PD = د$$

[٨] في الشكل المقابل:

$$\triangle PBD \text{ فيه } \angle (ب) = 90^\circ$$

$$\angle (ج) = 30^\circ$$

فإذا كان $PD = 3$ سم

أحسب طول BP ، $د$ ، $ج$

[٩] في الشكل المقابل:

PD ج د مربع ، $هـ$ ، $ج$ ، $ب$ بحيث

$$\angle (ب هـ د) = 30^\circ$$

فإذا كان $PD = 4$ سم

أحسب مساحة المربع PD ج د

[١٠] في الشكل المقابل:

$$\triangle PBD \text{ فيه } \angle (ب) = 90^\circ$$

$$\angle (ج) = 30^\circ$$

س، ص، د منتصفات BP ، $ب$ ، $ج$ ،

س ص على الترتيب

فإذا كان $BP = 8$ سم

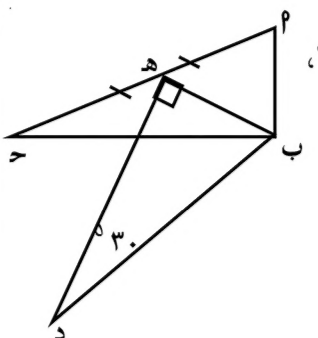
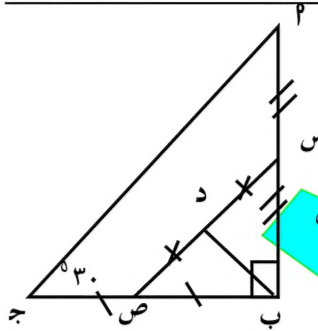
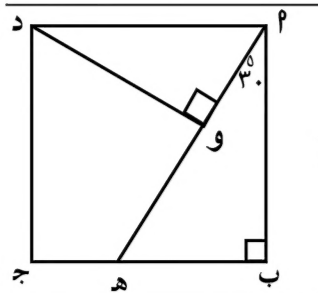
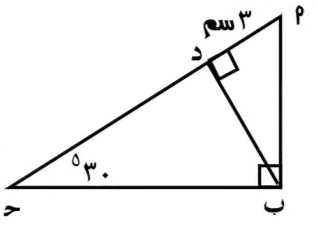
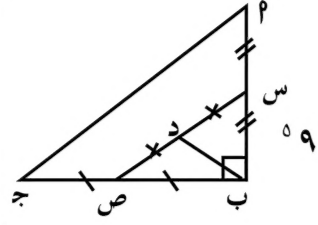
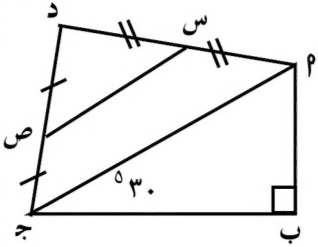
أحسب طول BP ، $س$ ، $ص$ ، $د$

[١١] في الشكل المقابل:

$$هـ$$
 منتصف PD ، $\angle (د) = 30^\circ$

$$\angle (ب هـ د) = 90^\circ$$

$$اثبت ان \angle (ب ج د) = 90^\circ$$



عزيزي اطعلم عزيزتي اطعلم

للأمانة العلمية والاخلاقية والدينية

بحذر تماما أي تعديل او تغيير بيانات

المذكرة

اما اذا اردت الحصول على هذه المذكرة

بجميع بياناتك الشخصية الخاصة بك من

بدج خاص باسمك ورقم تليفونك واي

بيانات انت تطلبها فعليك تحمل تكلفة

المذكرة كتابة وطباعة وتعديل وهي

٢٥٠ ج

ومراسلتني على

٠١٢٢١٣٥٣١٣٩